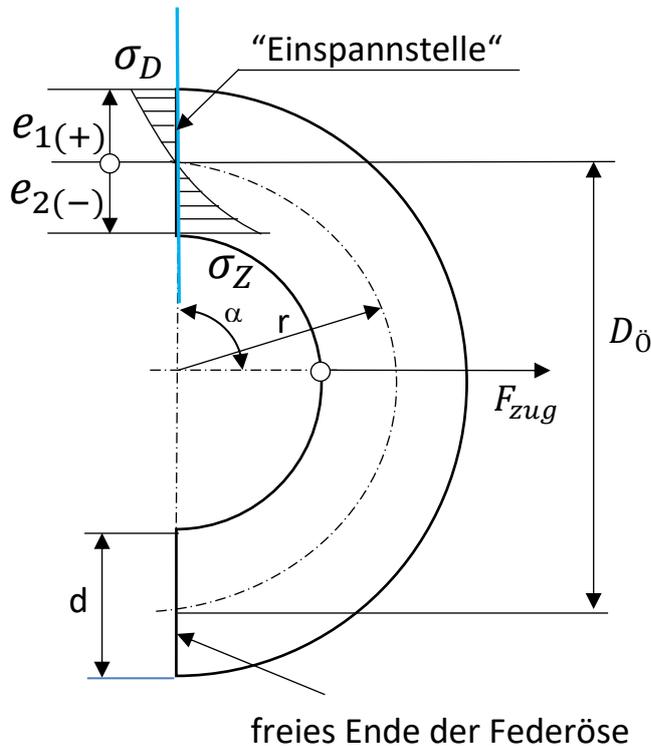


Die Beanspruchung der Zugfederöse als Träger starker Krümmung

1. Die Spannungsbelastung



Bezeichnungen:

$D_{\ddot{o}}$	mittlerer Ösen Durchmesser /mm
r	$= D_{\ddot{o}}/2$ /mm
d	Federdrahtdurchmesser /mm
e_1	Randfaserabstand außen /mm
e_2	Randfaserabstand innen /mm
F_{zug}	Zugkraft an der Federöse / N
M_b	Biegemoment / Nmm
σ_D	Druckspannung / N/mm ²
σ_Z	Zugspannung / N/mm ²
A	Federdrahtquerschnitt / mm ²
α	belasteter Bereich der Öse / °
$w_{\ddot{o}}$	Wickelverhältnis $= \left(\frac{D_{\ddot{o}}}{d}\right)$
n	Anzahl federnder Windungen
E	Elastizitätsmodul z.B.: 206.000 MPa
G	Gleitmodul z.B.: 81.500 MPa

Allgemein gilt für die auftretende Druck- und Zugspannung:

$$\sigma_{D,Z} = \frac{F_{zug}}{A} + \frac{M_b}{A r} + \frac{M_b r e_{1,2}}{Z (r + e_{1,2})} \quad [1.1]$$

Mit dem Biegemoment an der Einspannstelle $M_b = -F_{zug} \cdot r$
 und dem Beiwert $Z = \lambda \cdot A \cdot r^2$ (1)

wird
$$\sigma_{D,Z} = \frac{-F_{zug} \cdot e_{1,2}}{\lambda \cdot A (r + e_{1,2})} \quad [1.2]$$

Die Randfaserabstände $e_{1,2}$ entsprechen $d/2$

wobei für $e_1 = +d/2$

$e_2 = -d/2$

$r = D_{\ddot{o}}/2$

und für $A = d^2 \pi / 4$ einzusetzen ist.

Damit wird

$$\sigma_D = \frac{-4 \cdot F_{zug}}{\lambda \cdot \pi \cdot d \cdot (D_{\ddot{o}} + d)} \quad [1.3] \quad \text{und} \quad \sigma_Z = \frac{4 \cdot F_{zug}}{\lambda \cdot \pi \cdot d \cdot (D_{\ddot{o}} - d)} \quad [1.4]$$

Die maximale Beanspruchung der Federöse zeigt Gleichung [1.4] als Zugspannung an der Innenseite.

Mit dem Kreisquerschnitt des Federdrahtes mit $d = 2 |e|$
 und dem mittleren Ösen Durchmesser $D_{\ddot{o}} = 2 r$

$$\text{gilt für den } \lambda \text{-Wert: } \lambda = \tan^2 \left[\frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{d}{D_{\ddot{o}}} \right) \right] \quad (1)$$

Nun kann mit den bekannten geometrischen Angaben der Zugfederöse, d und $D_{\ddot{o}}$, die maximal auftretende Spannungsbelastung zu den geforderten Zugfederkräften aus einer Gleichung ermittelt werden.

Mit $F_{zug} \rightarrow F_1, F_2, \dots \rightarrow F_{1,2}$ für die Zugfederkräfte bei den Federlängen L1, L2
 und $\sigma_z \rightarrow \sigma_1, \sigma_2, \dots \rightarrow \sigma_{1,2}$ zugeordnet zu F_1, F_2

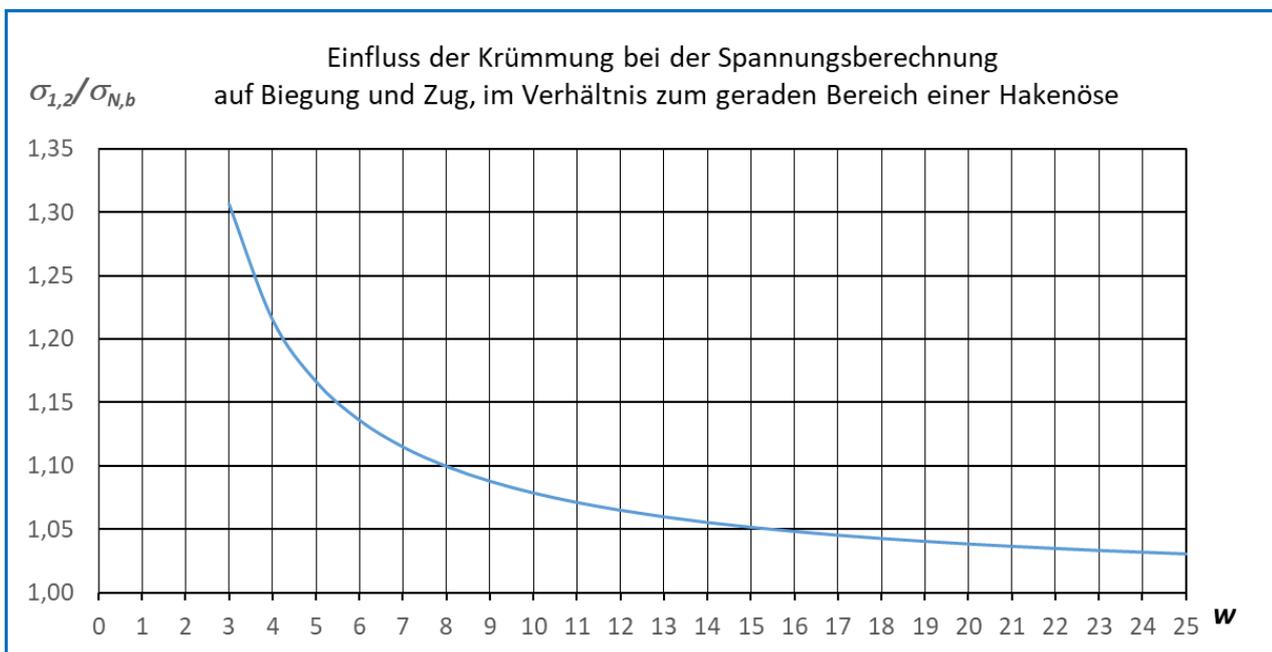
$$\text{ist: } \sigma_{1,2} = \frac{4 \cdot F_{1,2}}{\pi \cdot d \cdot (D_{\ddot{o}} - d) \cdot \tan^2 \left[\frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{d}{D_{\ddot{o}}} \right) \right]} \quad [1.5]$$

1.1 Die Spannungsberechnung an der Zugfederöse für den geraden Ösenbereich z.B. an einer Hakenöse:

$$\text{Aus } \sigma_{N,b} = \frac{4 \cdot F_N}{\pi \cdot d^2} + \frac{32 \cdot M_b}{\pi \cdot d^3} \quad [1.6]$$

$$\text{mit } F_N = F_{1,2} \quad M_b = F_{1,2} \cdot D_{\ddot{o}} / 2$$

$$\text{wird } \sigma_{N,b} = \frac{4 \cdot F_{1,2}}{\pi \cdot d^2} \left(1 + 4 \frac{D_{\ddot{o}}}{d} \right) \quad [1.7]$$



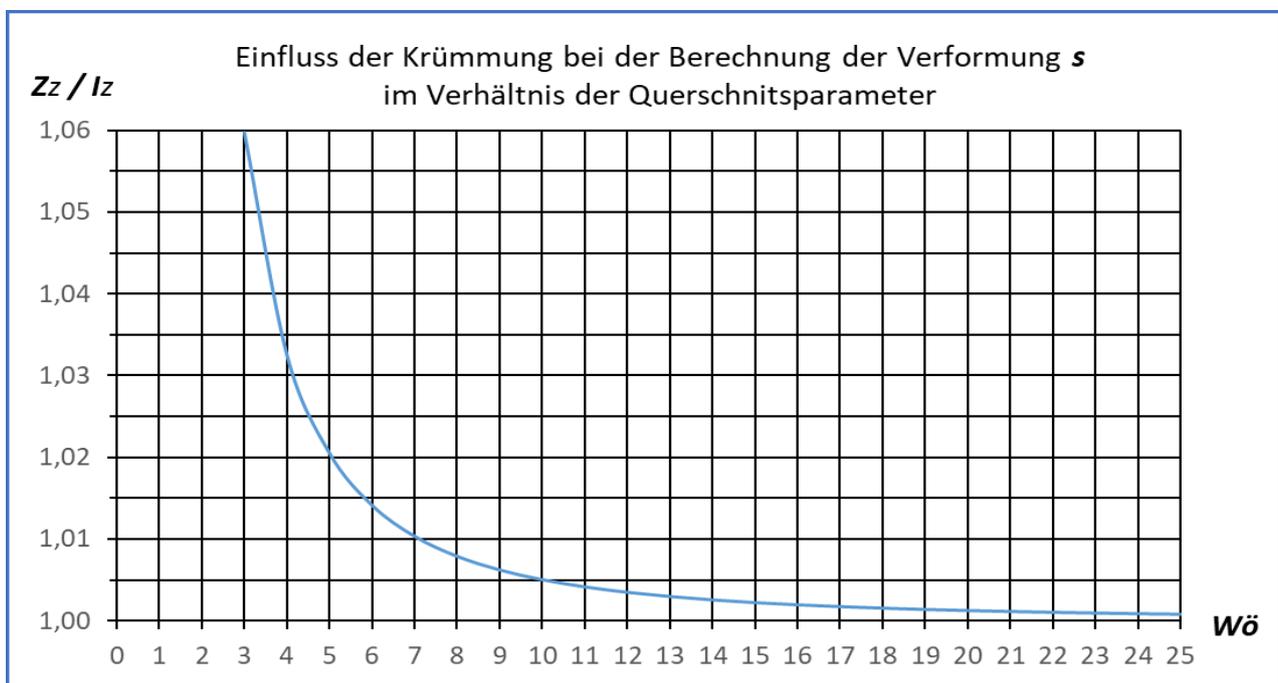
2. Einfluss der Verformung auf die Zugfederrate

Nach Gleichung [6.1] in „Elementare Federberechnung.pdf“
 ist der Federweg in Kraftrichtung

$$s = \frac{F \cdot r^3}{E \cdot Z_z} \left[\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4} \sin(2\alpha) \right]$$

Mit $r = \left(\frac{D_0}{2} \right)$ $I_z = \frac{\pi d^4}{64}$

und $Z_z \approx I_z \rightarrow \left(\frac{Z_z}{I_z} \right) = 4w_0^2 \tan^2 \left[\frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{1}{w_0} \right) \right] \rightarrow \sim 1$



wird für den Viertelkreis mit $\left(\alpha = \frac{\pi}{2} \right)$

$$S\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{4 \cdot F \cdot D_0^3}{E \cdot d^4}$$

[2.1]

und für den Halbkreis mit $\left(\alpha = \pi \right)$

$$S(\pi) = \frac{8 \cdot F \cdot D_0^3}{E \cdot d^4}$$

[2.2]

Entsprechend der Zugfederberechnung ist die Federrate

für den Federkörper
$$R = \frac{(F_2 - F_1)}{(L_2 - L_1)} = \frac{G d^4}{8 D^3 n} \quad [2.3]$$

und für eine Federöse
$$R_{\ddot{O}} = \frac{F_2}{s_{\pi(\pi/2)}} = \frac{E d^4}{8(4) D_{\ddot{O}}^3} \quad [2.4]$$

Die Gesamtfederrate einer Zugfeder mit angebogenen Ösen an jeder Seite ergibt sich aus den in Reihe geschalteten Einzelfederraten

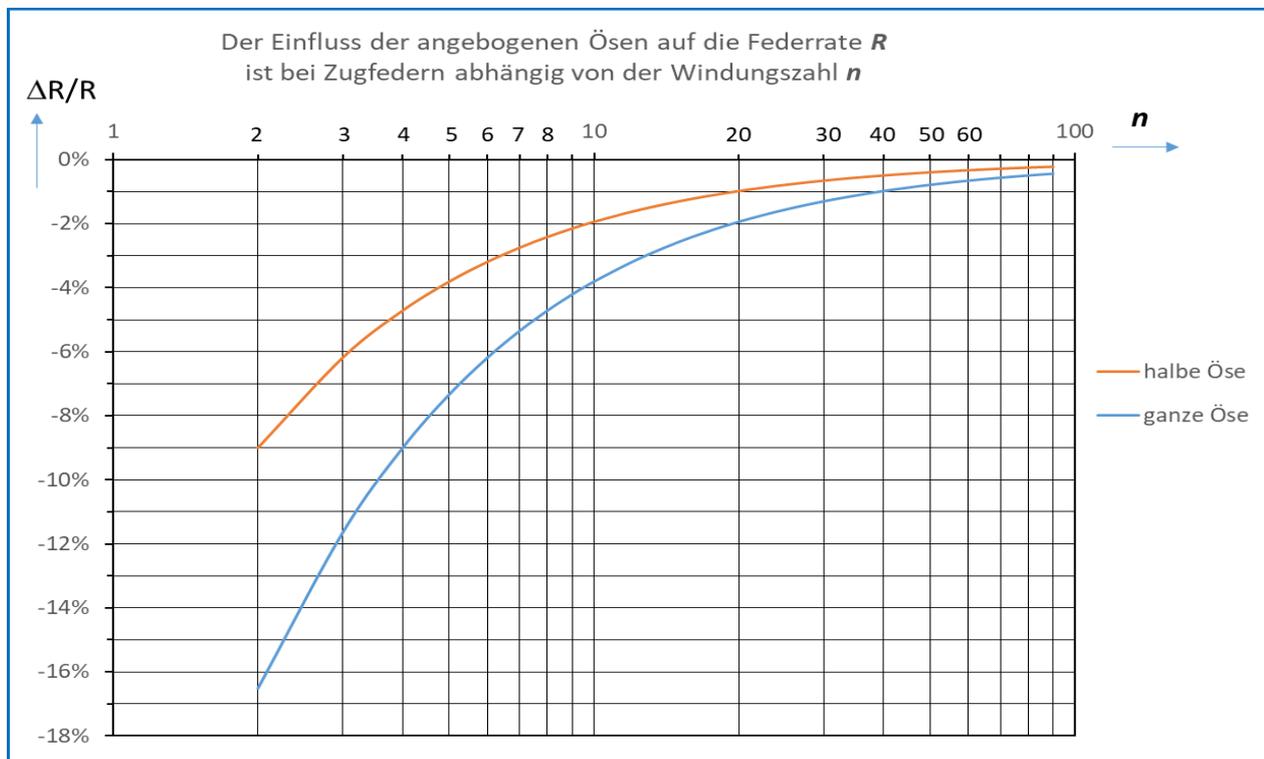
$$\frac{1}{R_{ges.}} = \frac{1}{R} + 2 \frac{1}{R_{\ddot{O}}} \quad R_{ges.} = \frac{R \cdot R_{\ddot{O}}}{(2R + R_{\ddot{O}})} \quad [2.5.]$$

Der relative Einfluss der Federösen auf die Gesamtfederrate zeigt

$$\left(\frac{R_{ges.} - R}{R} \right) = \left[\frac{1}{\left(\frac{2R}{R_{\ddot{O}}} + 1 \right)} - 1 \right] \quad \text{mit } D_{\ddot{O}} = D \quad \text{und} \quad \left(\frac{2R}{R_{\ddot{O}}} \right) = \frac{2 G d^4 8(4) D^3}{8 D^3 n E d^4}$$

wird bei einer halben Öse
$$\left(\frac{\Delta R}{R} \right)_{\left(\frac{\pi}{2} \right)} = \left[\frac{1}{\left(\frac{G}{E n} + 1 \right)} - 1 \right] = f(n) \quad [2.6]$$

und bei einer ganzen Öse
$$\left(\frac{\Delta R}{R} \right)_{(\pi)} = \left[\frac{1}{\left(\frac{2G}{E n} + 1 \right)} - 1 \right] = f(n) \quad [2.7]$$



Erst ab 20 bzw. 40 Windungen ist der Einfluss der Federösen unter 1%

(1) *Dubbels Taschenbuch für den Maschinenbau, Band 1, Zwölfte Auflage, Neudruck 1966, Seite 377, 378*